



1. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

2. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。又  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积。

二

3. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可微。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

4. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

5. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可微。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

6. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

7. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可微。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

8. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可积。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。

9. 证明：若  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上可微。

证：设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上连续，则  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。由闭区间上连续函数的性质可知， $f(x)$  在  $[a, b]$  上取得最大值  $M$  和最小值  $m$ ，即  $f(x) \in [m, M]$ ，故  $f(x)$  在  $[a, b]$  上有界。